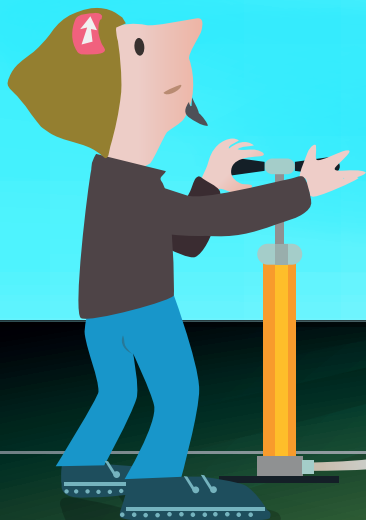





KIRSTEN BIEDERMANNOVÁ · ANDERS FLORÉN · PHILIPPE JEANJACQUOT · DIONYSIS KONSTANTINOU · CORINA TOMAOVÁ

POD TLAKEM



 míč, hmotnost, rovnováha, pumpička, tlak, ideální plyn, pružná srážka, koeficient restituce

 fyzika, matematika, informatika

 Tuto jednotku lze použít k výuce studentů různých věkových skupin z obou stupňů základní školy i ze středních škol. Obě části lze přizpůsobit různým úrovním:

Úroveň 1: Pro první stupeň základní školy (věk: 9–12 let)

Úroveň 2: Pro druhý stupeň základní školy (věk: 12–15 let)

Úroveň 3: Pro střední školy (věk: 15–18 let)

1 | SOUHRN

Napadlo vás někdy, jak je důležitý tlak vzduchu ve fotbalovém míči? Tato jednotka obsahuje různé aktivity zaměřené právě na tento tlak. První aktivita začíná měřením hmotnosti vzduchu uvnitř míče a zdůrazňuje její přímou úměrnost s vnitřním tlakem. Druhá aktivita zase studuje závislost maximální výšky, do které se míč dostane po prvním nárazu nebo odrazu, na tlaku vzduchu uvnitř míče a současně ukazuje důležitost stavu povrchu země.

2 | PRVOTNÍ KONCEPCE

Naším cílem je zdůraznit, že pomocí jednoduchých pokusů mohou studenti změřit hmotnost vzduchu v míči a následně ověřit lineární závislost mezi tlakem a hmotností podle zákona o ideálním plynu. A nakonec budou zkoumat důležitost tlaku při procesu odrazu a uplatňovat při tom zákon zachování mechanické energie.

2 | 1 Část 1: Hmotnost vzduchu vs. tlak

Viz podrobnosti o aktivitách v části 3 *Co studenti dělají*.

Úroveň 1:

Je možné vykonat dvě různé a nezávislé aktivity. První se zaměřuje na hmotnost vzduchu a na způsob měření hmotnosti vzduchu v míči. Učitel může využít dotazovacího přístupu a zeptat se studentů: „Jak můžete určit hmotnost vzduchu v míči?“. Studenti navrhnou a provedou pokusy, například s využitím váhy, nafouknutím míče a kontrolou hmotnosti míče po nafouknutí. Při druhé aktivitě se studenti soustředí na objem a na metody určení objemu míče (např. pomocí kbelíku s vodou).

Úroveň 2:

Změřte hmotnost vzduchu v míči při různých hodnotách tlaku. Zjistěte spojitost mezi tlakem a hmotností vzduchu (předpoklad: objem míče se při rostoucím tlaku nemění). Studenti mohou nakreslit graf hmotnosti plynu v závislosti na tlaku. Vedle toho mohou také změřit objem míče. Tímto pokusem lze také zjistit vztlak míče (ve vzduchu).

Úroveň 3:

Studenti mohou provést stejné pokusy jako na úrovni 2. Svůj graf závislosti hmotnosti na tlaku vzduchu v míči porovnají se zákonem ideálního plynu a na základě sklonu grafu vypočítají různé parametry plynu.

2 | 2 Část 2: Výška odskoku vs. tlak

Úroveň 1:

Zaměřte se na rozdíly ve výšce (kvalitativně): Pusťte dva míče ze stejné výšky a zaznamenejte přímý účinek různých hodnot tlaku v míči. Vyberte postup, zvolte údaje, které budete shromažďovat, získejte údaje a po dokončení pokusu je prodiskutujte.

Úroveň 2:

Zaměřte se na rozdíly ve výšce (kvalitativně): Změřte maximální výšku po prvním odskoku, pak pokus desetkrát zopakujte a najděte způsob, jak určit výšku, například prostřednictvím vysokorychlostního záznamu pomocí chytrého telefonu. Určete náhodné a další faktory, které mohou mít vliv na odlišné výsledky, a vypočítejte průměrnou výšku.

Úroveň 3:

Zaměřte se na použití matematického modelu volného pádu pro analýzu údajů. Počínaje úrovní 2 analyzujte údaje s cílem určit ztrátu energie na základě vzorce $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ a srovnání energie na začátku pokusu ($h = 1$ m nebo jiná hodnota) a po prvním kontaktu míče se zemí. Dále mohou studenti vypočítat čas odrazu a maximální rychlost prvního kontaktu se zemí a následně se ji pokusit změřit. Nakonec mohou porovnat potenciální a kinetickou energii (E_{pot} a E_{kin}) a vypočítat koeficient restituce (viz 3.2.1).

E_{pot} : potenciální energie [J]

m : hmotnost míče [g]

g : tíhové zrychlení; $g = 9,81 \frac{m}{s^2} = 9,81 \frac{N}{kg}$

h : výška dosažená míčem [m]

Část 2 lze provádět na různých površích, například trávě, podlaze tělocvičny, asfaltu, betonu, vlhké trávě, krátké a vyšší trávě a písku. Studenti na všech úrovních by měli uvést své hypotézy, prodiskutovat je a analyzovat pokusy na různých úrovních. Chceme-li jít ještě dále, bylo by zajímavé sestavit tabulku ukazující tlak nezbytný pro dosažení stejné výšky odskoku na různých površích, například na různých stadionech.

3 | CO STUDENTI DĚLAJÍ

Tato jednotka je rozdělena na dvě části: měření hmotnosti plynu vs. tlak uvnitř míče a měření závislosti mezi odskokem a tlakem uvnitř míče.

Tlak lze měřit dvěma různými způsoby.

Relativní tlak je rozdíl mezi tlakem v míči a atmosférickým tlakem (mimo míč); pro měření relativního tlaku se používá tlakoměr. Tento tlak používáme v části 1.

Absolutní tlak je celková hodnota tlaku. Tento tlak používáme v části 2.

3 | 1 Část 1: Změřte hmotnost plynu vs. tlak

Potřebné vybavení: pumpička, tlakoměr (systém pro měření tlaku), váha (s přesností 0,1 g a rozsahem měření mezi 0 a 1000 g), jehla k nafouknutí míče, sklenička pro umístění míče na váhu, fotbalový míč.

Pokud škola nemá k dispozici vlastní vybavení, lze pokus provést pomocí levných zařízení.

(Nejsnazším způsobem je mít tlakoměr přímo na pumpičce. Pokud tomu tak není, je snadné najít levný tlakoměr pro automobilové pneumatiky; jehla je stejná jako v případě míče.)

3 | 1 | 1 Postup

Zde popíšeme všechny podrobnosti námi navrhovaného postupu. Některé části mohou být vynechány, pokud neodpovídají úrovni vaší skupiny studentů.



OBR. 1 Míč v kbelíku

▪ Změřte objem míče (se vzduchem a bez vzduchu)

Pro měření objemu míče můžete použít kbelík naplněný vodou – změřte různé úrovně hladiny vody s míčem a bez něj. Buďte pečliví, protože povrch fotbalového míče je vyroben z kůže, která by mohla vstřebávat vodu, čímž by se hmotnost míče zvýšila. Abyste tomuto jevu zabránili, můžete míč vložit do plastového sáčku. Tlak vody okolo míče přitlačí sáček na míč. Objem se sáčkem a bez něj bude stejný.



OBR. 2 Změřte hladinu pro zjištění objemu vody

Pokud budete objem měřit bez plastového sáčku, změřte ještě předtím hmotnost.

Objem je možné měřit při různých hladinách vody v kbelíku. Pokud studenti nemohou vypočítat objem vody v kbelíku, mohou kbelík naplnit až po horní okraj, zatlačit míč dovnitř a změřit objem vody, která přeteče.

V tomto případě je objem prázdného míče 1,65 l a objem plného míče 5 l. To znamená, že $5 \text{ l} - 1,65 \text{ l} = 3,35 \text{ l}$ vzduchu uvnitř míče.

▪ Změřte hmotnost se vzduchem uvnitř

Položte na váhu skleničku, váhu vynulujte, položte na váhu míč a změřte jeho hmotnost.

Při tomto pokusu používáme váhu s přesností 0,1 g (mezi 0 a 1000 g), fotbalový míč a pumpičku s tlakoměrem.

▪ Změřte hmotnost míče bez vzduchu uvnitř

(například $m_{\text{míč}} = 408,0 \text{ g}$)



OBR. 3 Míč na váze



OBR. 4 Změřte hmotnost prázdného míče

▪ **Nafoukněte míč tak, aby tlak uvnitř odpovídal venkovnímu tlaku**

Relativní tlak, neboli rozdíl mezi tlakem uvnitř a vně míče, je $p = 0$ bar. Změřte hmotnost míče $m_{míč} = 408,0$ g (Stejná hmotnost jako předtím!).

3 | 1 | 2 **Analýza: Proč je hmotnost stejná se vzduchem i bez vzduchu v míči?**

- **Tip:** Vzduch kolem nás je tekutý a vytváří sílu, která má stejné vlastnosti jako síla vytvářená v případě, že něco vložíme do vody.
- **Odpověď:** Hmotnost vzduchu v míči je vyvážena vztlakem vzduchu okolo míče.
- Změřte hmotnost stejného míče s jiným tlakem. Tlakoměr ukáže relativní tlak.
- Údaje zapište do tabulky. Můžete například změřit hmotnost pro relativní tlak $p = 0,35$ bar; $p = 0,5$ bar; $p = 0,6$ bar; $p = 0,75$ bar; $p = 0,9$ bar; $p = 1,05$ bar, nebo vyberte jiný tlak.
- Zakreslete křivku m vs. p .
- Proložte naměřená data vhodnou fitovací křivkou (jedná se o lineární funkci).
- Najděte souvislost mezi sklonem přímky a zákonem ideálního plynu: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

Aby učitel pomohl studentům pochopit zákon ideálního plynu, může jim dát několik tipů.

▪ **První tip:** Lineární křivka má vzorec

$$m_{celkem} = a \cdot p + m_{míč}$$

$$\text{nebo } m_{celkem} = m_{plyn} + m_{míč}$$

To znamená, že: $m_{plyn} = a \cdot p$.

▪ **Druhý tip:** $n_{plyn} = \frac{m_{plyn}}{M_{plyn}}$.

- m : hmotnost [g]
- p : relativní tlak [Pa]
- a : koeficient sklonu křivky [$\frac{g}{bar}$]
- V : objem [m^3]
- n : látkové množství [mol]
- M : molární hmotnost [$\frac{g}{mol}$]
- R : molární plynová konstanta, $R = 8,31 \frac{J}{K \cdot mol}$
- T : teplota [K]

▪ **Třetí tip:** Plyn (vzduch) se skládá zhruba z 20 % kyslíku a 80 % dusíku.

$$M_{O_2} = 32 \frac{g}{mol} \text{ a } M_{N_2} = 28 \frac{g}{mol}$$

3 | 2 **Část 2: Změřte výšku odskoku vs. tlak**

3 | 2 | 1 **Teorie**

Už jste si někdy říkali, jak je pro míč důležitý vnitřní tlak vzduchu? Prokážeme, že na tomto tlaku závisí koeficient restituce e (elasticita).

Co to je koeficient restituce? Když míč padá, dopadne určitou rychlostí vzhledem k zemi, které se říká rychlost přiblížení. Po pružné srážce se zemí bude mít rychlost oddálení hodnotu, která se liší od rychlosti přiblížení, protože dojde ke ztrátě části prvotní kinetické energie:

$$e = \frac{V_{oddálení}}{V_{přiblížení}}$$

Je velmi snadné vypočítat tento koeficient, pokud změříte prvotní výšku h_1 , ze které míč padá, a poté maximální výšku h_2 , které může míč dosáhnout pod odrazu od země.

Používáme zákon zachování energie:

$$mgh_1 = \frac{mv^2_{přiblížení}}{2} \quad mgh_2 = \frac{mv^2_{oddálení}}{2}$$

$$\text{Takže: } e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

e : koeficient restituce

v : rychlost [$\frac{m}{s}$]

m : hmotnost [g]

g : tíhové zrychlení; $g = 9,8 \frac{m}{s^2} = 9,8 \frac{N}{kg}$

h : výška [m]

3 | 2 | 2 **Pokus**

Pustíme míč z výšky (h_1) a poté zaznamenáme výšku (h_2) odskoku míče po odrazu od země. Tyto výšky můžeme změřit pomocí videa.



OBR. 5 Podržte míč ve výšce h_1 (nalevo); pusťte míč (napravo)

Pokus lze provést s různými míči a různými povrchy [1].

4 | **ZÁVĚR**

4 | 1 **Část 1: Změřte hmotnost plynu vs. tlak**

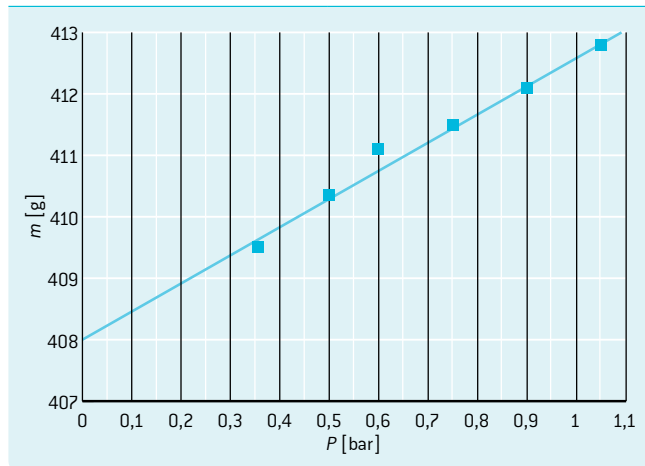
4 | 1 | 1 **Příklad měření hmotnosti vs. tlaku míče**

Hmotnost míče je $m_{míč} = 408,0$ g při $p = 0$ bar.

Objem vzduchu v míči je $V = 3,35$ l.

OBR. 6 m [g] vs. p [bar] (relativní tlak)

p [bar]	m [g]
0,75	411,5
0,35	409,5
1,05	412,8
0,9	412,1
0,6	411,1
0,5	410,3



4 | 1 | 2 **Příklad výpočtu dle zákona ideálního plynu:**

Zde je vzorec křivky $m = 4,5711 \frac{\text{g}}{\text{bar}} \cdot p + 408,0$ g.

Vidíme, že hodnota 408 představuje hmotnost prázdného míče v gramech

nebo $m_{\text{celkem}} = a \cdot p + m_{\text{míč}}$.

m : celková hmotnost [g]

p : tlak [bar]

a : koeficient sklonu křivky [$\frac{\text{g}}{\text{bar}}$]

V tomto případě $a = 4,5711 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$.

Hodnotu a lze zjistit na základě zákona ideálního plynu:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T.$$

p : tlak [Pa], 1 bar = 10^5 Pa

V : objem [m^3]

n : množství plynu [mol]

R : molární plynová konstanta, $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$

T : Teplota [K]

M : molární hmotnost [$\frac{\text{g}}{\text{mol}}$]

To znamená, že $n_{\text{plyn}} = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$ a $m_{\text{plyn}} = M_{\text{plyn}} \cdot \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$

$$\text{nebo } m_{\text{plyn}} = \frac{M_{\text{plyn}} \cdot V}{R \cdot T} \cdot p$$

a již jsme viděli v odstavci 3.2.1, že $m_{\text{plyn}} = a \cdot p$,

$$\text{takže } a = \frac{M_{\text{plyn}} \cdot V}{R \cdot T}.$$

Vzduch se skládá zhruba z 20 % kyslíku a 80 % dusíku, takže

$$M_{\text{plyn}} = \frac{20 \cdot M_{\text{O}_2} + 80 \cdot M_{\text{N}_2}}{100}$$

$$M_{\text{plyn}} = \frac{20 \cdot 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 80 \cdot 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{100}$$

$$M_{\text{plyn}} = 28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}.$$

S tímto míčem

$$V = 3,35 \text{ l} = 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$$

$$a = \frac{M_{\text{plyn}} \cdot V}{R \cdot T}$$

$$a = \frac{28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot 293 \text{ K}} = 3,96 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{Pa}}.$$

To je hodnota, když p se měří v Pa. Pro p v barech musí být hodnota vynásobena 10^5 (protože 1 bar = 10^5 Pa).

$$a = 3,96 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$$

Nejlépejší řešení křivky je $a = 4,57 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$.

Pokud oba výsledky srovnáme, je relativní odchylka mezi výsledky:

$$d = \frac{4,57 - 3,96}{4,57} = 0,13.$$

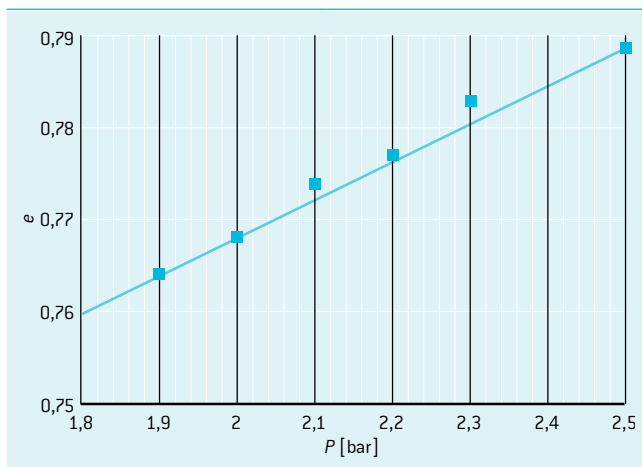
Můžeme vést diskuzi o chybách souvisejících s měřením: Zde je přesnost tlakoměru 0,05 bar na asi 1 bar. Když měříme objem prázdného míče, může v míči stále nějaký vzduch zůstat.

4 | 2 Část 2: Změřte odskok vs. tlak

Při našem pokusu jsme změnilí vnitřní tlak vzduchu ve dvou různých míčích a získali jsme následující výsledky:

OBR. 7 Koeficient restituce e vs. absolutní tlak p (míč 1)

p [bar]	e
1,9	0,764
2,0	0,768
2,1	0,774
2,2	0,777
2,3	0,783
2,5	0,789



p je zde absolutní tlak v barech.

U prvního míče je závislost lineární, protože změny tlaku nejsou tak velké.

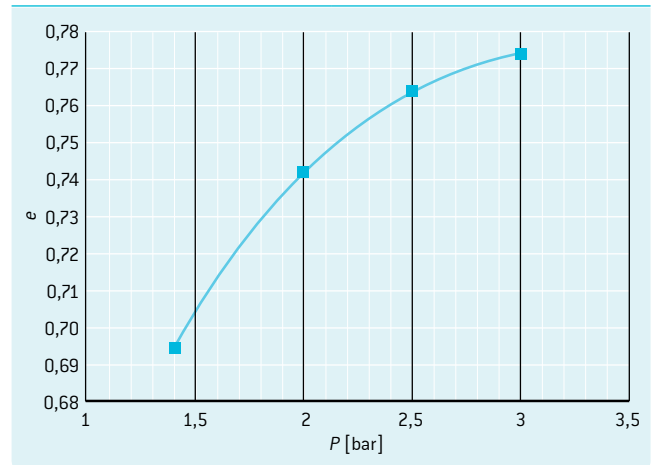
U druhého míče získáme křivku. Když je tlak příliš vysoký, míč ztratí pružnost a koeficient restituce zřejmě dosáhne svého limitu.

V těchto dvou pokusech spadl míč na podlahu a vidíte, že koeficient restituce je asi 0,77 při tlaku 3 bary.

Pak jsme povrch změnilí, ale vnitřní tlak vzduchu byl stále 3 bary. Na trávě byl koeficient restituce nižší: $e = 0,57$. Na umělé trávě dosáhl 0,74^[1].

OBR. 8 Koeficient restituce e vs. absolutní tlak p (míč 2)

p [bar]	e
1,4	0,695
2,0	0,742
2,5	0,764
3,0	0,774



5 | ZÁVĚR

Fotbalové míče jsou velmi dobré nástroje ke studiu zákonů plynů, vlastností tlaku a účinnosti odskoků. Studenti mohou na míči, který je klasickým sportovním vybavením, zkoumat fyzikální zákony. Mohou sledovat závislosti mezi fyzikálními zákony, v tomto případě zákonem ideálního plynu, a každodenním životem.

Také je zajímavé pozorovat, jak lze aktivity dle této jednotky vyučovat u studentů různých věkových skupin, od 6 do 18 let. Tyto aktivity lze jednoduše začlenit do jakéhokoliv učebního plánu.

6 | MOŽNOSTI SPOLUPRÁCE

Výsledky různých pokusů s fotbalovým míčem můžeme vzájemně sdílet.

Pro sdílení výsledků si stáhněte příslušný soubor a postupujte podle pokynů^[1].

Jsme si jisti, že studenti mohou sdílet své nápady týkající se rozdílů mezi vlastními měřeními či výbavou pro pokusy. Mohou si představit další pokusy s míčem: například filmování deformací míče během nárazu do země a vliv tlaku na tento proces.

REFERENCE

^[1] www.science-on-stage.de/iStage3_materials



IMPRINT

TAKEN FROM

iStage 3 - Football in Science Teaching
available in Czech, English, French, German,
Hungarian, Polish, Spanish, Swedish
www.science-on-stage.eu/istage3

PUBLISHED BY

Science on Stage Deutschland e.V.
Poststraße 4/5
10178 Berlin · Germany

REVISION AND TRANSLATION

TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH
www.transformcologne.de

CREDITS

The authors have checked all aspects of copyright for the images and texts used in this publication to the best of their knowledge.

DESIGN

WEBERSUPIRAN.berlin

ILLUSTRATION

Tricom Kommunikation und Verlag GmbH
www.tricom-agentur.de

PLEASE ORDER FROM

www.science-on-stage.de
info@science-on-stage.de

Creative-Commons-License: Attribution Non-Commercial
Share Alike



First edition published in 2016

© Science on Stage Deutschland e.V.



SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

- ... is a network of and for science, technology, engineering and mathematics (STEM) teachers of all school levels.
- ... provides a European platform for the exchange of teaching ideas.
- ... highlights the importance of science and technology in schools and among the public.

The main supporter of Science on Stage is the Federation of German Employers' Associations in the Metal and Electrical Engineering Industries (GESAMTMETALL) with its initiative think ING.

Join in - find your country on

WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU

www.facebook.com/scienceonstageeurope

www.twitter.com/ScienceOnStage

Subscribe for our newsletter:

www.science-on-stage.eu/newsletter



MAIN SUPPORTER OF
SCIENCE ON STAGE GERMANY

think
ING.
Die Initiative für
Ingenieur Nachwuchs

Proudly supported by

